

Милан П. Миликић*

Универзитет у Крагујевцу, Факултет педагошких наука, Јагодина

Сања М. Маричић*

Универзитет у Крагујевцу, Педагошки факултет, Ужице

Ненад Р. Вуловић*

Универзитет у Крагујевцу, Факултет педагошких наука, Јагодина

ПРИМЕНА СОФТВЕРА *GEOGEBRA* ПРИ ФОРМИРАЊУ ПОЈМА ОБИМА ФИГУРЕ У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ**

Апстракт: Бројна експериментална истраживања показала су предности коришћења образовних софтвера у настави математике. Један од динамичких образовних софтвера који је у последње време стекао велику популарност у настави математике је *GeoGebra*. Геометријске трансформације и динамичке функције овог програмског пакета могу се ефикасно применити у разним нивоима школовања, од основне школе до универзитетског нивоа. Циљ овог рада је да кроз изабране примере представимо неке од могућности *GeoGebra* софтвера у настави математике у млађим разредима основне школе. На конкретним примерима показано је како се *GeoGebra* може користити у раду са ученицима у формирању појма обим фигуре у равни (правоугаоник, квадрат и троугао).

Кључне речи: *математика, геометрија, GeoGebra, обим фигуре, млађи разреди основне школе.*

Увод

Наставу геометрије у млађим разредима основне школе одликују бројне специфичности. Ученици се налазе на нивоу конкретних операција, па је стога неопходна изразита очигледност као потпора у формирању геометријских појмова. Развој геометријских појмова, по мишљењу Ж. Пијажеа и Б. Инхел-

* milikic.milan@yahoo.com

* sanjamaricic10@gmail.com

* vlnenad@gmail.com

** Рад је настао у оквиру пројектних активности које подржава Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, Уговор број 451-03-68/2022-14 од 17. 1. 2022. године

дера (Piaget & Inhelder, 1967), одвија се у оквиру развојних секвенци у којима деца прво разликују предмете на основу тополошких карактеристика, а тек касније на основу Еуклидових аксиома. Осим тога, „мишљење детета је глобално, недиференцирано, тако да дете геометријске облике идентификује са предметима који имају то својство” (Maričić & Stamatović, 2017: 6176). На овом узрасту ученик може да досегне ниво визуализације и дескриптивни ниво геометријског мишљења Ван Хилеових нивоа мишљења, а да ниво неформалне дедукције и формално-логички ниво не досегне. Основне карактеристике ова два нивоа мишљења су да ученици препознају геометријске фигуре, именују облик, али не постоји никакво објашњење за такво именовање, идентификују и описују односе и својства појединих облика, али та сазнања нису логички уређена, јер деца не увиђају суштинске везе међу објектима (Van Hiele, 1986).

По мишљењу Дувала геометријско расуђивање укључује три врсте когнитивних процеса: визуализацију, конструкцију и резонување (Duval, 1998: 38–39). За сам процес учења неопходна је интеракција ових процеса јер „појам геометријске фигуре” повезује дискурзивне и визуалне репрезентације, чак и када је само једна од њих истакнута у зависности од потреба конкретне математичке активности (Duval, 2006: 108). Са друге стране, Мукири наводи да је „главни проблем повезан са учењем геометријских појмова недостатак способности визуализације тих појмова” (Mukiri, 2016: 38).

Очигледност, перцепција и визуализација сматрају се основом учења на млађем узрасту и представљају важне услове за стварање исправне менталне слике у процесу формирања математичких појмова (Guncaga i Žilková, 2019). „Било који математички садржај да је предмет учења он захтева визуализацију, јер се дете у овом узрасту налази на стадијуму конкретних операција, и све његове активности везане су за очигледност и практичне акције на моделима и алатима” (Стојкановић и Маричић, 2021: 112). У процесу учења визуелне репрезентације се од помоћних, илустративних средстава претварају у водећа, продуктивна когнитивна средства (Далингер и Князева, 2004) и представљају средство уз које размишљамо лакше (Fischbein, 1977).

Данас бројна истраживања указују на то да је „настава геометрије по својим ефектима често мање успешна него настава аритметике или алгебре” (Ђокић и Зељић, 2017: 624). Стога се намеће питање методичке трансформације садржаја геометрије у млађим разредима основне школе како би ова настава резултирала што бољим исходима. Теоретичари и истраживачи математичког образовања сугеришу да настава буде очигледна, да буде заснована на активном учешћу ученика у процесу учења и изградње геометријских појмова. Батиста (Battista, 2002) посебно наглашава важност окружења за учење у чијем је средишту ученик, у коме ће они имати могућности да развијају своје геометријско размишљање. Такво окружење за учење мора бити блиско ученику, његовом непосредном окружењу у коме живи.

Данашња деца одрастају у окружењу у коме важно место играју дигиталне технологије и то треба искористити у конципирању методичког поступка учења у настави математике. Важност коришћења дигиталних технологија у настави математике промовишу стандарди National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000). У нашој земљи, такође, *Правилник о плану и програму наставе и учења за трећи разред основног образовања и васпитања* (2019) имплицира да би требало примењивати дигиталне технологије и софтвере који развијају логичко-комбинаторно размишљање деце. Истраживања су показала да коришћење дигиталних технологија има потенцијал да у знатној мери побољша образовне могућности деце (Price, 2009) и на различите начине може допринети учењу у млађим разредима (Downes, 2002; Plowman & Stephen, 2005; Haugland & Wright, 1997; Clements & Sarama, 2003; Yelland, 2005, 2007; Zevenbergen & Logan, 2008).

Студије спроведене последњих година потврђују да коришћење математичких апликација у учионицама у основним школама повећавају перформансе учења (Bulut, Ünlütürk Akçakin, Kaça, Akçakin, 2016; Thambi & Eu, 2013). ИКТ и одговарајући образовни софтвери, уколико су правилно употребљени, доприносе ефикасном изграђивању математичких концепата и процедура које се много лакше могу уклопити у когнитивну структуру ученика (Љајко, 2014). Образовни софтвери омогућавају извођење различитих демонстрација, симулацију одређених процедура, вежбање и примену већ стечених знања и развијених способности (Mayer, 2001; Надрљански, 1994). Говорећи о визуалним могућностима ових алата, бројни истраживачи (Burrill, Breaux, Kastberg, Leatham, Sanchez, 2002; Bruder, 2008; Ellington, 2003) истичу утицај који образовни софтвери имају на побољшање општих математичких компетенција ученика (Greefrath, Hertleif, Siller, 2018), али и чине да ученици постану активније укључени у процесе учења (Bauer & Kenton, 2005).

Иако ИКТ имају огроман ефекат на подручје школске математике, чињенице указују на то да је учење геометрије уз помоћ рачунара и одговарајућих образовних софтвера недовољно заступљено (Little, 2009). Истраживања су показала да, иако имају позитиван став о примени рачунара и примењују рачунаре у припреми наставе, у Србији је и даље мали проценат наставника који користе рачунаре за извођење наставе (Будински, 2013; Љајко, 2014; Миликић, Вуловић, Михајловић, 2020). У том циљу требало би их упознати са карактеристикама образовних софтвера, предностима њиховог коришћења и могућностима да статичне приказе геометријских објеката учине динамичним обезбеђујући бољу визуализацију и изразиту очигледност.

Софтверски пакет *GeoGebra*

Почетком двадесетог века дошло је до појаве динамичких образовних софтвера намењених поучавању и учењу геометрије. Динамички геометријски софтвери (*Geometer's Sketchpad*, *Cabri Geometry*, *GeoGebra*) јесу неки од образовних софтвера за наставу геометрије који се првенствено користе за подстицање ученика за откривање и експериментисање у учионици, а нарочито за стварање услова који обезбеђују визуализацију геометријских појмова. Софтвери намењени динамичкој геометрији подржавају вишеструке репрезентације математичких објеката и омогућавају једноставан трансфер са једног приказа у други (Glasnović Gracin, 2008). Њихова посебна вредност огледа се у интерактивности коју обезбеђују, а која омогућава ученицима да манипулишу изабраним објектима, мењају њихове карактеристике и прате настале промене. То све ствара окружење у којем ученици могу да замисле, конструишу и разумеју конструкцију облика, како би их повезали са сродним појмовима (Shadaan & Leong, 2013), што је пресудно за учење геометрије у млађим разредима основне школе. У таквом окружењу у настави математике ствара се експериментално, интерактивно и динамично окружење које обезбеђује све неопходне услове за активно учење (Hanč, Lukáč, Sekerák, Šveda, 2011).

Динамички геометријски софтвери „пружају прилику ученицима да једноставно и смислено успостављају везе међу репрезентацијама које би било прилично тешко, ако не и немогуће, успоставити без ових алата” (Bulut et al., 2016: 347). Из тог разлога, све више аутора предлаже коришћење динамичких софтвера у настави у млађим разредима основне школе (Psycharis, 2006; Chino et al., 2007) и указује на бенефите њиховог коришћења. Истраживања показују да је њихово коришћење много важније за ученике који постижу ниска постигнућа у настави геометрије (Moyer-Packenham, Ulmer, Anderson, 2012) и да ученици у оваквом окружењу постижу боље резултате у учењу у односу на класичну наставу (Martín-Caraballo & Tenorio-Villalón, 2015). Динамички софтвери нису само од помоћи ученицима већ „помажу и учитељима како би умањили разлике у постигнућима ученика” (Bulut et al., 2016: 348). Коришћење софтвера учитељима даје могућност креирања динамичких објеката чинећи тако учење флексибилнијим, док модел учења заснован на динамичком софтверу доприноси стицању концептуалних и процедуралних знања у настави геометрије у односу на класичне начине поучавања (Dijanić & Trupčević, 2017: 170–171).

У раду желимо да посебан акценат ставимо на софтвер *GeoGebra* и укажемо на неке од бројних могућности практичне примене које пружа у настави геометрије у млађим разредима основне школе.

Софтверски пакет *GeoGebra* је настао на основама које су поставили пионирски пакети динамичке геометрије *Geometer's Sketchpad* и *Cabri Geometry*. Основна идеја њеног творца Маркуса Хохенвартера (Markus

Hohenwarter) била је да на једном месту обухвати геометрију, алгебру и анализу које су претходно креирани пакети третирали одвојено. На тај начин створен је пакет једноставан за коришћење у настави математике почев од основне школе па до универзитетског нивоа (Hohenwarter, Hohenwarter, Kreis, Lavicza, 2008). Графички, алгебарски и табеларни делови *GeoGebra* софтвера узајамно су повезани и динамични. Фигуре се могу цртати употребом миша или поља за унос, при чему алгебарски приказ прати промене настале у геометријском прозору. Нацртаним фигурама је могуће манипулисати било мењањем вредности у алгебарском прозору, било превлачењем миша или уношењем команди преко тастатуре. *GeoGebra* је написана у Јави, бесплатна и лако доступна на интернету што знатно унапређује доступност софтвера, како учитељима тако и ученицима. Када се инсталира на рачунар, може да функционише без интернет конекције.

GeoGebra је „интерактивни софтвер за геометрију који ученицима и учитељима нуди начине како да сами дизајнирају модел учења и учине учење математике смисленим” (Boo & Leong, 2016: 290) и алат који може „помоћи учитељима да осмисле ефикасне наставне садржаје” (Arbain & Shukor, 2015: 208). Пакет омогућава „корисницима да конструишу интерактивне репрезентације тачака, правих и кружница, а интерактивност креираних објеката огледа се у томе што им се величина и положај на екрану могу мењати кликом и превлачењем миша” (Furner & Marinas, 2012: 64). *GeoGebra* пружа „богато наставно окружење које учитељима нуди могућност како да развију нове начине за повезивањем, проширивањем и обогаћивањем активности са циљем унапређивања разумевања математичких појмова од стране ученика” (Xistouri & Pitta-Pantazi, 2013: 19).

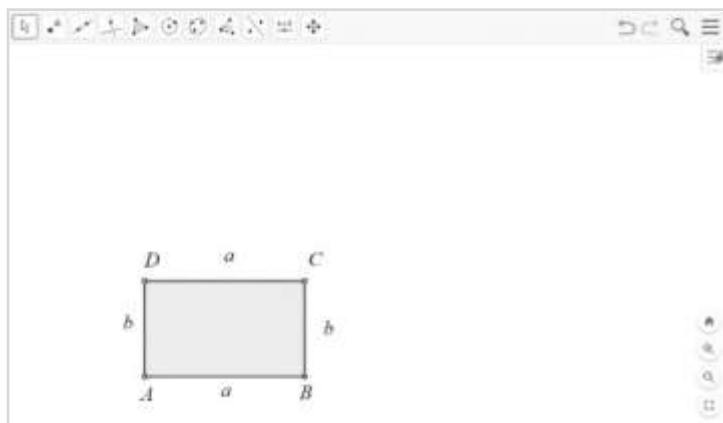
Визуализација, као једна од најзначајнијих дидактичких компоненти *GeoGebra* пакета омогућава визуализацију проблема и истовремено избегавање алгебарских препрека, што има позитиван утицај на решавање проблема (Iranzo & Fortuny, 2011). Она представља математички алат који ствара мост између одређених области теорије математике, школске математике и оквира за пројектовање наставе (Bu, Spector, Naciomeroglu, 2011). *GeoGebra* пружа значајну подршку ученицима у разумевању математичких појмова и снажно је мотивационо средство за постицање виших нивоа когнитивне активности (Shadaan & Leong, 2013).

GeoGebra чини да се изврши повезивање геометрије, мерења и алгебре и као таква може користити као динамички и интерактивни алат за учење који ће припремити ученике за формирање апстрактних математичких појмова (Furner & Marinas, 2012: 68). У том смислу, у наставку ћемо дати неке препоруке како је уз примену динамичких модела креираних у *GeoGebra* пакету могуће на очигледан начин увести појам обима геометријских фигура (правоугаоника, квадрата и троугла). Оно што овакве моделе разликује од осталих јесте боља могућност визуализације и интерактивност захваљујући којима ученици могу пратити сваки корак у формирању појма.

Увођење појма обима правоугаоника, квадрата и троугла уз помоћ *GeoGebra* пакета

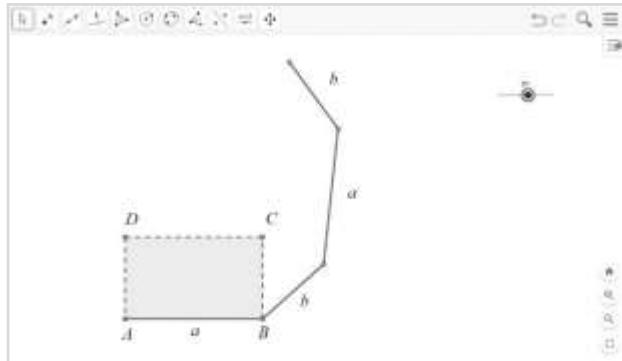
Правилником о плану и програму наставе и учења за други разред основног образовања и васпитања (2018) прописано је да се са појмом обима ученици први пут сусретну у другом разреду основне школе, када се проблем одређивања обима фигуре своди на графичко надовезивање дужи и сабирање мерних бројева дужина страница дате фигуре. Јео (Јео, 2008) наводи да овакав приступ може довести до ситуације да се ученици навикну да одређују обиме фигура код којих су дате дужине свих страница које треба само да саберу како би одредили обим дате фигуре. Са друге стране, бројна истраживања истичу да проблем одређивања обима фигуре настаје због раног учења формула за израчунавање обима (Batur & Nason, 1996; Vighi & Marchini, 2011; Zacharos, 2006). Добро разумевање појма обима укључује резоновање засновано на односима између страница дате фигуре, јер ученици који не разумеју довољно добро појам обима имају потешкоће да закључе у каквом су односу странице дате фигуре.

Уз помоћ динамичког окружења *GeoGebra* пакета ученици могу пратити сваки корак у процесу који води формирању обрасца за израчунавање обима. Поступак формирања обрасца за израчунавање обима правоугаоника започиње приказом затворене изломљене линије која ограничава површ фигуре *ABCD* облика правоугаоника са дужинама страница *a* и *b* (Слика 1).



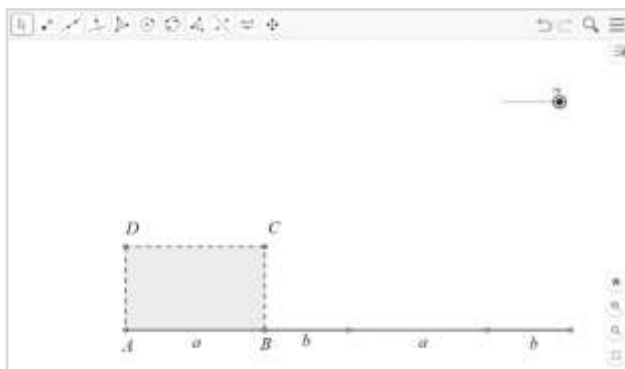
Слика 1. Приказ затворене изломљене линије која ограничава површ правоугаоника у *GeoGebra* пакету

Увођењем клизача t и мењањем његове вредности долази до трансформације изломљене линије (Слика 2). Трансформацијом се добија отворена изломљена линија састављена од дужи подударних дужима које представљају странице правоугаоника $ABCD$.



Слика 2. Приказ трансформације затворене изломљене линије у *GeoGebra* пакету

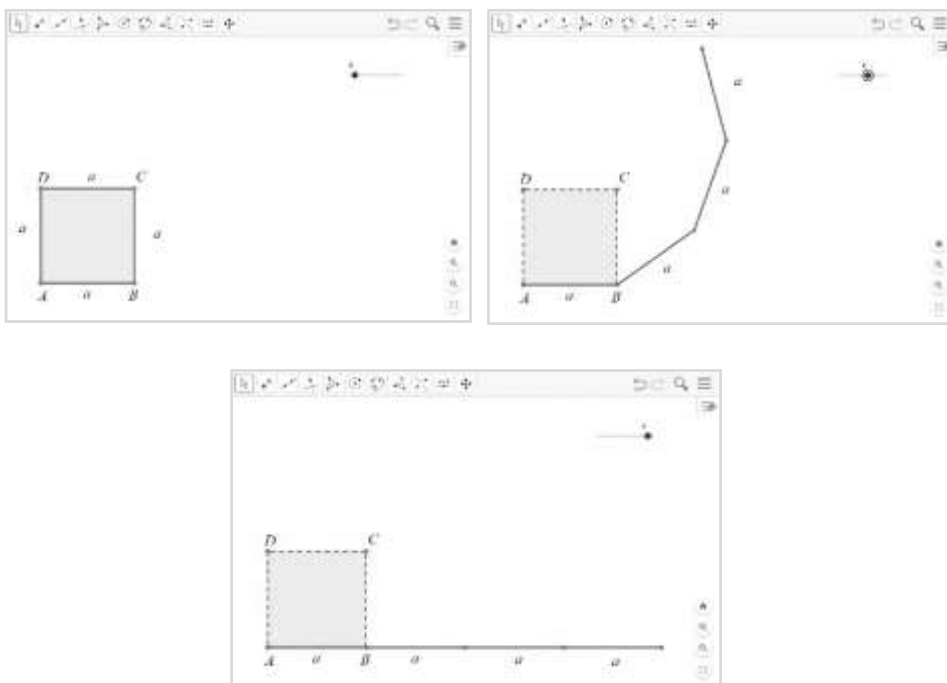
На крају поступка затворена изломљена линија трансформише се у дуж чија је укупна дужина једнака збиру дужина свих страница правоугаоника $ABCD$ (Слика 3). Динамичан приказ који одликује *GeoGebra* пакет омогућава ученицима да прате сваки корак у трансформацији затворене изломљене линије у дуж. Захваљујући таквом приказу, ученици долазе до закључка да се обим правоугаоника може израчунати сабирањем дужина свих његових страница, односно $O = a + b + a + b$. Додатно, применом правила замене места сабирака и множења збира бројем, ученици долазе до закључка да је обим правоугаоника $O = 2 \cdot a + 2 \cdot b$, то јест $O = 2 \cdot (a + b)$.



Слика 3. Приказ дужи чија је укупна дужина једнака збиру дужина свих страница правоугаоника у *GeoGebra* пакету

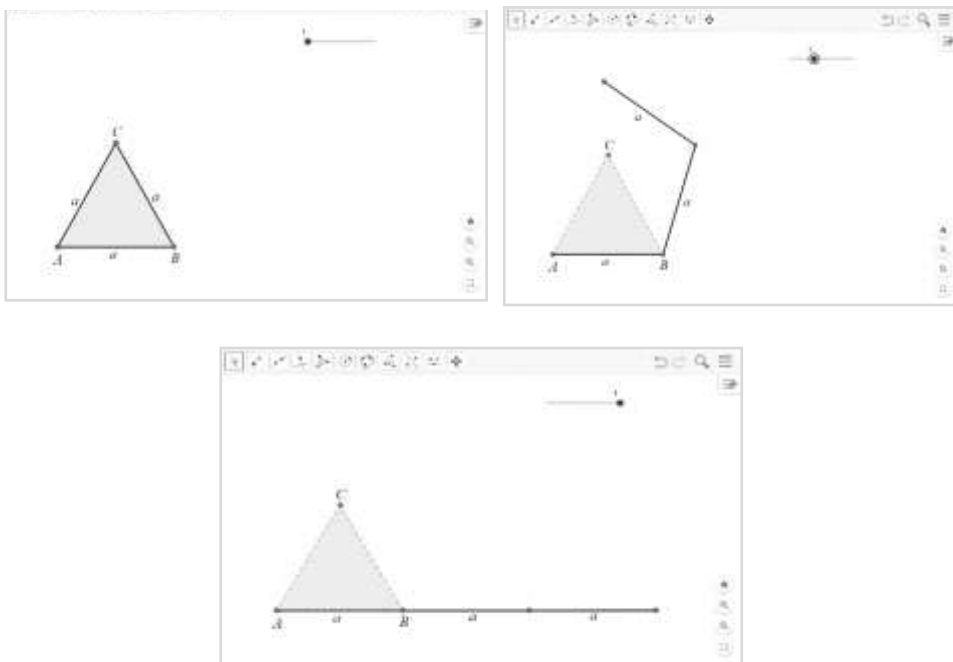
Захваљујући интерактивности која одликује *GeoGebra* софтвер, ученици схватају и реверзибилност трансформације затворене изломљене линије у дуж, јер је у сваком тренутку могуће враћањем клизача на почетну вредност добити затворену изломљену линију која ограничава дати правоугаоник.

Аналогно поступку увођења обрасца за обим правоугаоника могуће је формирати и образац за израчунавање обима квадрата, трансформацијом затворене изломљене линије која ограничава квадрат $ABCD$ (Слика 4). Захваљујући динамичном приказу трансформације изломљене линије у дуж дужине једнаке дужинама четири странице квадрата, ученици могу закључити да је обим квадрата једнак збиру мерних бројева дужина страница квадрата, да је $O = a + a + a + a$, то јест $O = 4 \cdot a$.



Слика 4. Приказ трансформације затворене изломљене линије која ограничава површ квадрата у дуж у *GeoGebra* пакету

На сличан начин врши се увођење обрасца за израчунавање обима једнакостраничног троугла. Полазећи од изломљене линије која ограничава површ троугла ABC , њеном трансформацијом долази се до дужи састављене из три надовезане дужи подударне страницама троугла (Слика 5). Променом вредности клизача t изводи се процес трансформације при чему су ученици у прилици да на лак и једноставан начин прате сваки корак тог процеса.



Слика 5. Приказ трансформације затворене изломљене линије која ограничава површ троугла у дуж у *GeoGebra* пакету

Захваљујући динамичном приказу трансформације, ученици закључују да је обим једнакостраничног троугла једнак збиру мерних бројева дужина све три странице троугла, да је $O = a + a + a$, то јест $O = 3 \cdot a$. Аналогним поступком уводи се појам обима једнакокраког и неједнакостраничног троугла.

Закључак

Бројни су примери оправданости примене образовних софтвера у настави математике у млађим разредима основне школе. Учитељима и ученицима је на располагању велики број софтвера који су лако доступни, а који у великој мери поспешују жељу ученика за истраживачким радом. Динамички софтвери за геометрију доприносе стицању концептуалних и процедуралних знања у настави геометрије формирајући на тај начин основу за побољшање квалитета и ефикасности целокупне наставе математике.

GeoGebra софтвер пружа могућност лаке манипулације геометријским објектима, а могућност враћања на претходни корак чини софтвер динамичним и привлачним за употребу. Коришћење пакета *GeoGebra* при формирању појма обима правоугаоника, квадрата и троугла омогућава ученицима да прате сваки корак у процесу увођења обрасца за израчунавање обима. Ученици могу на очигледан начин пратити трансформацију затворене изломљене линије која ограничава површ фигуре најпре у отворену изломљену линију исте дужине, односно у дуж дужине једнаке обиму дате фигуре. Мењањем вредности клизача *GeoGebra* даје прилику ученицима да читав процес врате на почетак, изврше инверзну операцију и схвате реверзибилност поступка трансформације. Предност примене овог софтвера јесте и што ученици током читавог процеса могу активно да учествују у настави, да износе хипотезе, постављају питања, дају одговоре и на основу свега тога, уз помоћ учитеља, самостално доносе закључке.

Литература

- Arbain, N. & Shukor, N. A. (2015). The effects of GeoGebra on students achievement. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 172, 208–214.
- Battista, M. (2002). Learning geometry in a dynamic computer environment. *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 333–338.
- Baturo, A. & Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 235–268.
- Bauer, J. & Kenton, J. (2005). Toward Technology Integration in the Schools: Why It Isn't Happening. *Journal of Technology and Teacher Education*, 13(4), 519–546.
- Boo, J. Y. & Leong, K. E. (2016). Teaching and learning geometry in primary school using GeoGebra. In W. S. Yang, D. B. Meade & K. Khairiree (eds.): *Teaching and Learning Mathematics, Sciences and Engineering through Technology: Proceedings of the Twenty First Asian Technology Conference in Mathematics* (289–300).

- Bruder, R. (2008). TIM – A two-year model test on the calculator use from class 7 and 9. In O. Figueras & A. Sepúlveda, A. (eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the XX North American Chapter*, Vol. 1 (1–9). Morelia, Michoacán, México: PME.
- Bu, L., Spector, J. M. & Hacıomeroglu, E. S. (2011). Toward model-centered mathematics learning and instruction using GeoGebra: A theoretical framework for learning mathematics with understanding. In L. Bu & R. Schoen (eds.): *Model-Centered Learning: Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra* (13–40). Rotterdam: Sense Publishers.
- Budinski, N. (2013). A survey on use of computers in mathematical education in Serbia. *The teaching of mathematics*, 16(1), 42–46.
- Bulut, M., Ünlütürk Akçakın, H., Kaya, G. & Akçakın, V. (2016). The effects of Geogebra on third grade primary students' academic achievement in fractions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 11(2), 347–255.
- Burrill, G., Breaux, G., Kastberg, S., Leatham, K. & Sanchez, W. (2002). *Handheld graphing technology at the secondary level: Research findings and implications for classroom practice*. Dallas, TX: Texas Instruments Corp.
- Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight: a theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic Press.
- Vighi, P. & Marchini, C. (2011). A gap between learning and teaching geometry. Paper presented at the *CERME 7 Conference*, Rzeszow, Poland.
- Glasnović Gracin, D. (2008). Računalo u nastavi matematike: Teorijska podloga i metodičke smjernice. *Matematika i škola*, 46, 10–15.
- Greefrath, G., Hertleif, C. & Siller, H-S. (2018). Mathematical modelling with digital tools-a quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. *ZDM*, 50, 233–244.
- Guncaga, J. i Žilková, K. (2019). Visualisation as a Method for the Development of the Term Rectangle for Pupils in Primary School. *European Journal of Contemporary Education*, 8(1), 52–68.
- Далингер, В. А. и Князева О. О. (2004). *Когнитивно-визуальный подход к обучению математике*. Омск: ОмГПУ.
- Dijanić, Ž. & Trupčević, G. (2017). The impact of using GeoGebra interactive applets on conceptual and procedural knowledge. In Z. Kolar-Begović, R. Kolar-Šuper i Lj. Jukić Matić (eds.). *The 6th International Scientific Colloquium Mathematics and Children (Mathematics education as a science and a profession)*, Osijek (161–174). Osijek: Element.
- Downes, T. (2002). Children's and Families' Use of Computers in Australian Homes. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 3(2), 182–196.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana & V. Villani (eds.). *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st century* (37–52). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Ђокић, О. и Зељић, М. (2017). Теорије развоја геометријског мишљења према Ван Хилу, Фишбајну и Удемон-Кузникау. *Теме*, 41(3), 623–637.
- Ellington, A. (2003). A Meta-Analysis of the Effects of Calculatorson Students' Achievement and Attitude Levels in Precollege Mathematics Classes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(5), 433–463.
- Zacharos, K. (2006). Prevailing Educational Practices of Area Measurement and Students' Failure. *Journal of Mathematical Behavior*, 25(3), 224–239.
- Zevenbergen, R. & Logan, H. (2008). Computer use by Preschool Children: Rethinking Practice as Digital Natives Come to Preschool. *Australasian Journal of Early Childhood*, 33(1), 37–44.
- Iranzo, N. & Fortuny, J. M. (2011). Influence of GeoGebra on problem solving strategies. In L. Bu & R. Schoen (eds.): *Model-Centered Learning: Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra* (91–103). Rotterdam: Sense Publishers.
- Little, C. (2009). Interactive Geometry in the Classroom: Old Barriers & New Opportunities. *Mathematics in School*, 38(2), 9–11.
- Љајко, Е. (2014). *Утицај Geogebra-е на предавање и учење аналитичке геометрије у средњој школи*. (Необјављена докторска дисертација). Нови Сад: Природно-математички факултет.
- Maričić, S. & Stamatović, J. (2017). The Effect of Preschool Mathematics Education in Development of Geometry Concepts in Children. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(9), 6175–6187.
- Martín-Carballo, A. M. & Tenorio-Villalón, Á. F. (2015). Teaching Numerical Methods for Non-linear Equations with GeoGebra-Based Activities. *Mathematics Education*, 10(2), 53–65.
- Mayer, R. (2001). *Multi-Media Learning*. University of California, Santa Barbara, Cambridge University Press.
- Маричић, С. и Стојкановић, Ј. (2021). Тачкаста и квадратна мрежа у настави геометрије у млађим разредима основне школе. *Зборник радова Педагошког факултета у Ужицу*, 23, 111–126. DOI 10.5937/ZRPFU2123111M.
- Миликић, М., Вуловић, Н. и Михајловић, А. (2020). Геометријска интерпретација разломака применом образовног софтвера ГеоГебра. *Узданица*, 17(1), 307–317.
- Moyer-Packenham, P. S., Ulmer, L. A. & Anderson, K. L. (2012). Examining Pictorial Models and Virtual Manipulatives for Third-Grade Fraction Instruction. *Journal of Interactive Online Learning*, 11(3), 103–120.
- Mukiri, M. I. (2016). *Feasibility of using geogebra in the teaching and learning of geometry concepts in secondary schools in Kajiado County, Kenya*. (Doctoral thesis). School of Education of Kenyatta University.
- Надрљански, Ђ. (1994). *Образовно-рачунарски софтвер*. Зрењанин: Технички факултет.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and Standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space*. New York: Norton.
- Plowman, L. & Stephen, C. (2005). Children, Play and Computers in Preschool Education. *British Journal of Educational Technology*, 36, 145–157.
- Правилник о плану и програму наставе и учења за други разред основног образовања и васпитања* (2018). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије бр. 16/2018.
- Правилник о плану и програму наставе и учења за трећи разред основног образовања и васпитања* (2019). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије бр. 5/2019.
- Psycharis, G. (2006). Dynamic manipulation schemes of geometrical constructions: Instrumental genesis as an abstraction process. *Proceedings of PME 30*, 4, 385–392.
- Shadaan, P. & Leong, K. E. (2013). Effectiveness of Using GeoGebra on Students' Understanding in Learning Circles. *Malaysian Online Journal of Educational Technology*, 1(4), 1–11.
- Thambi, N. & Eu, L. K. (2013). Effect of students' achievement in fractions using GeoGebra. *SAINSAB*, 16, 97–106.
- Fischbein, E. (1977). Image and concept in learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 8, 153–165.
- Furner, J. M. & Marinas, C. A. (2012). Connecting geometry, measurement, and algebra using GeoGebra for the elementary grades. In *Twenty-Fourth Annual International Conference on Technology in Collegiate Mathematics* (63–72). Orlando, Florida: Pearson Education Inc.
- Hanč, J., Lukáč, S., Sekerák, J. & Šveda, D. (2011). Geogebra – a complex digital tool for highly effective math and science teaching. *Emerging eLearning Technologies and Applications (ICETA), 2011 9th International Conference on*. IEEE, 131–136.
- Haugland, S. & Wright, J. (1997). *Young Children and Technology, a World of Discovery*. New York: Allyn and Bacon.
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y. & Lavicza, Z. (2008). Teaching and Learning Calculus with Free Dynamic Mathematics Software GeoGebra. *Research and development in the teaching and learning of calculus*, Mexico.
- Chino, K., Morozumi, T., Arai, H., Ogihara, F., Oguchi, Y. & Miyazaki, M. (2007). The effects of 'spatial geometry curriculum with 3-D DGS' in lower secondary school mathematics. In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (eds.). *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, 137–144. Seoul: PME.
- Clements, D. & Sarama, J. (2003). Young Children and Technology: What Does the Research Say?. *Young Children*, 58(6), 34–40.
- Xistouri, X. & Pitta-Pantazi, D. (2013). Using GeoGebra to develop primary school students' understanding of reflection. *North American GeoGebra Journal*, 2(1), 19–23.

- Yelland, N. (2005). The future is now: A review of the literature on the use of computers in early childhood education (1994–2004). *AACE Journal*, 13(3), 201–232.
- Yelland, N. (2007). *Shift to the Future: Rethinking Learning with New Technologies in Education*. New York: Routledge.
- Yeo, J. K. K. (2008). Teaching area and perimeter: Mathematics-pedagogical-content knowledge-in-action. In G. Merrilyn, B. Ray & M. Katie (eds.): *Navigating currents and charting directions: Proceedings of the 31st annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, University of Queensland, Brisbane 28th June–1st July 2008 (621–627). Adelaide, S. A.: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Milan P. Milikić

University of Kragujevac, Faculty of Education, Jagodina

Sanja M. Maričić

University of Kragujevac, Faculty of Education, Užice

Nenad R. Vulović

University of Kragujevac, Faculty of Education, Jagodina

THE *GEOGEBRA* SOFTWARE APPLICATION IN THE PERIMETER CONCEPT FORMATION IN LOWER GRADES OF ELEMENTARY SCHOOL

Summary

Numerous experimental studies have shown the advantages of using educational software in teaching mathematics. One of the dynamic educational software that has recently gained great popularity in teaching mathematics is *GeoGebra*. The geometric transformations and dynamic functions of the software can be effectively applied at various education levels, from elementary school to university level. The aim of this paper is to present, through selected examples, some possibilities of *GeoGebra* software that can help students in lower grades of elementary school become proficient in the concept of the perimeter of a figure in a plane (rectangle, square and triangle), thus allowing them to follow each step in the pattern formation for calculating the perimeter.

Keywords: *mathematics, geometry, GeoGebra, perimeter, lower grades of elementary school.*