

---

**Бранко М. Гавриловић**<sup>\*</sup>, докторанд

Економска школа, Ужице

## **ИНОВАТИВНИ ПРИСТУП НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ УПОТРЕБОМ АНАЛИТИКЕ ПОДАТАКА**

**Апстракт:** Развојем информационих технологија, интернета и друштвених мрежа, количина прикупљених података расте из године у годину великом брзином. Обрада и анализа података постаје потреба без које се не могу доносити квалитетне одлуке. Образовање, као важан друштвени сегмент, мора пратити глобалне промене и дати адекватан одговор на нове друштвене потребе. Међународна тестирања су показала да ученици из Србије имају проблема са обрадом и анализом података као и применом математичких знања у моделовању реалних животних ситуација. У овом раду биће представљен иновативни приступ у настави математике заснован на анализи података. Циљ рада је да се прикаже могућност употребе техника анализе података у наставном процесу. Биће представљен модел наставе употребом анализе података као и дата комплетна припрема за реализацију часа математике. Изградњом математичког модела употребом анализе података, ученици ће доћи до нових знања из области финансијске математике. Биће представљена могућност употребе анализе података у реализацији и других наставних јединица из математике, као и у настави других предмета.

**Кључне речи:** *аналитика података, настава математике, мотивисаност, математичко моделовање.*

### **Увод**

Живимо у времену које с правом можемо назвати време података. Парадигма која описује савремено друштво настала је 2006. године када је британски математичар Клајв Хамби узвикнуо са крова зграде: „Подаци су нова нафта”. Развојем информационих технологија, интернета и друштвених мрежа количина информација расте из године у годину великом брзином.

---

<sup>\*</sup> brankokumgavrilovic@gmail.com

Процена је да је до 2013. прикупљено 2,7 зетабајта, док се даје претпоставка да ће 2025. године тај број бити 175 зетабајта података (Dalay, 2022). Обрада таквих података постала је истовремено и изазов и потреба да би се донеле квалитетне пословне и животне одлуке. Питањем обраде тако прикупљених неструктурираних података бави се аналитика података. Као интердисциплинарна научна дисциплина присутна је у многим другим наукама и доприноси њиховом развоју.

Образовање, као важан друштвени сегмент, мора пратити глобалне промене и дати адекватан одговор на нове околности. Математика, као научна дисциплина, проналази примену у свим научним и практичним активностима. Можемо рећи да је за развој личности неопходно квалитетно математичко образовање. Купари и Нисинен (Kupari & Nissinen, 2013) наводе да је будућа економска моћ и конкурентност државе уско везана са нивоом постигнућа ученика у математици. Због тога је разумљиво зашто многе државе света настоје да идентификују и истраже проблеме у реализацији наставе математике, као и да идентификују све факторе који на то утичу. Истраживања у области наставе математике у школама показују да ученици у старијим разредама основне школе и кроз целу средњу школу најлошије резултате постижу управо из математике (Вучинић, 2019). Галуп је 2005. године објавио истраживање у коме се наводи да је математика најтежи предмет код ученика. Многа међународна и национална истраживања и извештаји указују на чињеницу да је један од великих проблема у настави математике недостатак мотивације (Тодић, 2012). Мотивација је пресудни фактор када је у питању успешност ученика у решавању математичких задатака (Пауновић и Гајтановић, 2020). Због тога многе земље развијају стратегије и доносе мере које активно укључују ученике у наставни процес, развијањем иновативних метода у настави математике.

Истраживање у оквиру међународног TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) тестирања показало је да употреба информационо-комуникационих технологија (ИКТ) може имати позитиван утицај на мотивацију и постигнуће ученика. Показује се да на успех ученика утиче и избор наставне методе, као и вештина наставника у коришћењу ИКТ-а (Тодић, 2012). Препорука PISA (*Programme for International Student Assessment*) истраживања спроведеног у Србији 2018. године била је већа употреба ИКТ у наставном процесу као подршка пројектној настави и настави заснованој на истраживању (Videnović i Ćarpić, 2019: 168).

За потребе циклуса PISA 2012 предложена је и дефиниција математичке писмености.

„Математичка писменост је капацитет појединца да формулише, примени и интерпретира математику у различитим контекстима. Она подразумева математичко резонавање и коришћење математичких концепата, процедура, чињеница и алата како би се одређен феномен описао,

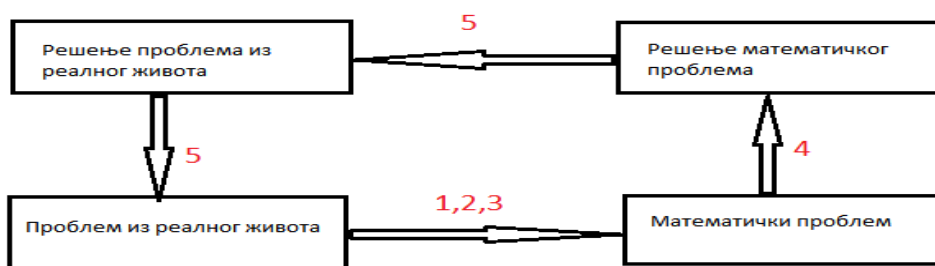
објаснио и предвидео. Она помаже особама да препознају улогу математике у свету и да доносе добро засноване судове и одлуке које су потребне конструктивним, заинтересованим и рефлексивним грађанима” (Павловић Бабић и Бацуал, 2013).

Истраживања из области наставе математике указују да наши ученици имају потешкоће у примени математичких знања и вештина у реалном животу, као и математичком моделовању реалних проблема, што је у корелацији са нивоом постигнућа у PISA истраживању (Павић, 2022). Математичко моделовање је превођење феномена или проблема у математичку форму (Милинковић, 2014). Математички модел је математички опис проблема дат најчешће у облику математичке формуле или једначине.

Дефиниција PISA математичке писмености и оквир тестирања наглашавају примењивост математичког знања у стварним животним ситуацијама. Централно за овај приступ је појам *математизирања*. Према PISA оквиру математизација је процес који се одвија у пет фаза (Shiel et al., 2007: 4), и то:

1. Постављање проблема из стварног живота.
2. Претварање проблема у математички облик.
3. Сагледавајући карактеристике проблема, извршавање, уопштавање и формализовање проблема.
4. Решавање математичког проблема.
5. Интерпретација решења у контексту проблема из стварног живота.

На Слици 1 приказан је круг који описује појам математизације.



Слика 1. Процес математизације  
(Shiel et al., 2007)

Централно место у математичком образовању требало би да заузме стварање способности код ученика да примене математичко знање у стварном животу (Секулић, 2020). Примена математичког моделовања и математизације је саставни део математичког образовања уколико се као циљ постави препознавање и примена математичких знања на ситуације из реалног живота. Теорија „реалистичког математичког образовања” (РМЕ) предвиђа да математика мора бити блиска деци и везана за реалне животне ситуације (Романо, 2009). Истраживање које је спровео Варсито са сарадницима показало је да приступ настави математике применом РМЕ повећава разумевање математике и повећавају задовољство ученика наставним процесом (Warsito et al., 2018).

У наставку рада биће представљен иновативни приступ настави математике заснован на обради података. Иновативност се огледа у томе што интегрише методе и технике аналитике података у наставни процес. Обрадом и аналитиком података, уз помоћ одговарајућих софтверских алата, ученици конструишу математички модел а затим долазе до примењивог знања. Аналитика података биће представљена као средство којим ће ученици реалну животну ситуацију претворити у математички облик.

### **Аналитика података**

Савремено друштво је друштво које свакодневно генерише велику количину података. Велике количине података као и пораст примене квантитативних и статистичких техника довели су до стварања нове области – аналитике података. Осим тих техника, аналитика података обухвата и различите апликације које служе да истраже, анализирају и визуелно представе те податке. Тим апликацијама се могу креирати различити *Business Intelligence* (BI) извештаји. Могу се представити онлајн аналитички процеси (OLAP) па све до тога да се могу спроводити различити облици аналитике података (дескриптивна, дијагностичка, предиктивна, прескриптивна аналитика) (Vantänen & De Witte, 2017).

Задатак аналитике података је да из огромне групе података, рашчлањавањем и утврђивањем законитости између података, генерише математички модел који описује податке. За квалитетну аналитику потребно је прво прикупити одговарајуће податке, затим извршити селекцију како би се добили релевантни резултати. У последњој декади, машинско учење и изградња предиктивних модела на основу аналитике података, постала је саставни део доношења одлука. Због тога намеће се потреба да се са едукацијом почне од најранијег узраста.

Аналитика података обухвата многе видове анализе података. Сам процес полази од јасно дефинисаног циља, а завршава се интерпретацијом добије-

них резултата. Кораци који описују процес аналитике података су (Муџеб, 2021: 16):

- постављање циљева;
- постављање приоритета мерења;
- прикупљање података;
- чишћење података;
- анализа података и
- јасно тумачење и интерпретација добијених резултата.

### Аналитика података у наставном процесу

Да би аналитику података директно интегрисали у наставни процес потребно је ученике упознати са свим корацима истраживања. Приликом увођења потребно је сагледати различите нивое информатичке писмености ученика и различите нивое математичког знања.

Срикант и Агарвал (Srikant & Aggarwal, 2017) описују резултат експерименталног увођења аналитике података за децу од 5. до 9. разреда (10–15 година), у коме су деца била изложена пуном циклусу учења под надзором – од прикупљања података до прављења и тестирања модела. Циљ је био да се направе едукативни садржаји који описују процес, а који од ученика траже само основно предзнање, и то знање бројања, сабирања, процента, поређења и основног рада на рачунару. Модел за вежбање аналитике података дат је у Табели 1.

Табела 1. *Схема за изградњу вежбе из области аналитике података са ученицима (Srikant & Aggarwal, 2017)*

Делови вежбе	Кратак опис	Објашњење
Опис проблема	Избор сета података	Мора бити прилагодљив средњошколцима.
	Прибављање сета података	Ученици морају сами да прикупе податке како би увидели како то функционише у стварним апликацијама.
	Предвиђање (енг. <i>Prediction</i> )	Коначно предвиђање би требало да има аха-момент, а не нешто што је очигледно.

Делови вежбе	Кратак опис	Објашњење
Скуп података	Тип података Независне промењиве	Најбоље да буду дискретног типа јер је рад лакши. Најбоље ја да их има највише 3 до 4.
	Избалансиран подаци	Свака карактеристика је представљена подједнако да би инжењеринг био интуитиван.
Модел	Изградња модела	Ученици су у стању да дизајнирају једноставнији модел.
	Укључена аритметика	Математика укључена у дизајнирање таквог модела треба да обухвата претходно научено.
Платформа	Дизајн модела Лака за руковање	Прилагођен је средњошколцима и довољно интуитиван. Софтвер за табеларне прорачуне и као напредни ниво програмски језици <i>R</i> и <i>Python</i>
	Ручно извођење	Вежбе треба да буду осмишљене тако да се не ослањају само на формуле. Филтрирање, бројање, и остале операције требало би да буду такве да се може доказати и ручним извођењем ових радњи.

Употреба аналитике захтева организовање обуке ученика за употребу софтвера за аналитичку обраду података. Наставни план и програм обуке као и неопходни ресурси за учење морају бити прилагођени и онима који раније нису имали искуства са програмирањем или који немају одговарајуће информатичко предзнање. Циљеви које треба постићи су (Walker et al., 2021):

- разумети концепте кодирања, уколико се ради у неком програмском језику;
- применити технике анализе података;
- креирати информативни резиме статистике и визуализације.

Визуализација је превођења информација у визуелни контекст, како би људски мозак лакше разумео податке и из њих извукао прави увид. Визуализацијом података олакшава се утврђивање правилности, трендова као и одступања у скуповима података. Визуализација је једна од најзначајних дидактич-

ких компоненти која омогућава визуализацију проблема и избегавање алгебарских препрека што позитивно утиче на решавање проблема (Миличић, Маричић, Вуловић, 2022).

Настава употребом аналитике података може бити истраживачког типа. Анализирањем података, који могу бити добијени на различите начине, ученици сами долазе до сазнања. Улога наставника у том случају је да надгледа активности и пружа смернице у истраживању. Разлике између традиционалних лабораторијских активности ученика и оних заснованих на истраживању и података добијених сопственим истраживањем дате су у Табели 2 (Bowen & Bartley, 2014).

*Табела 2. Поређење између традиционалних лабораторијских и истраживањима заснованих на испитивању сопствених података студента*

	Традиционална лабораторијска истраживања	Истраживања заснована на испитивању сопствених података добијених као резултат експеримента
Учење	Учење по моделу	Конструктивно
Циљеви и исходи	Оријентисани ка резултатима (сви добијају исте рачунице на истим подацима)	Процесно оријентисани са неким сопственим мерљивим резултатима
Улога ученика	Прати упутства и долази до решења	Сам решава проблем
Учешће ученика	Пасивно	Активно
Улога наставника	Преносилац знања	Водич до знања

Аналитика података је интердисциплинарна наука која у себи интегрише статистику, математику и информатику како би обезбедила разумевање података и утврдила законитости међу њима. Са елементима аналитике података потребно је кренути већ у нижим разредима основне школе, када ученици треба да науче како да бележе податке и уочавају правилности као и да знају да тумаче податке представљене преко табела и графова, као и да сопствене резултате представе на тај начин. Обрада података захтева знања математичке

статистике, па са наставом статистике треба кренути од најмањег узраста како би она могла бити примењива у осталим наукама (Moggis, 1989).

У вишим разредима основне школе ученици треба да науче технике за прикупљање, анализу и тумачење података, као што је презентовање података различитим облицима графова, учачање изузетака у скуповима података као и мерење података на прави начин како би се избегле грешке. У средњој школи са повећањем захтевности експеримената потребно је још више усавршити технике за анализу и визуализацију података и оспособити ученике да испитују односе између две варијабле коришћењем дијаграма расејавања и унакрсних табела.

### **Модел наставе применом аналитике података**

У досадашњим испитивањима од три типа наставе – предавачког, објашњавачког и истраживачког – најбоље резултате у општем развоју ученика дао је истраживачки тип (Стојаковић, 2005). Савремена дидактика као тренд развоја намеће становиште да настава треба да буде истраживачког типа како би се код ученика развила примењива знања на реалне животне ситуације (Стојаковић, 2005).

Наставне методе можемо поделити на (Гемовић и Девић, 2017): традиционалне (вербално-текстуална, илустративно-демонстративна и лабораторијско-експериментална) и савремене (метода заснована на активирању мисаоних процеса и проблемска настава).

Развој стваралачког мишљења је један од постулата дидактике математичког образовања (Šrić, 2005). Проблемска настава има за циљ развој стваралачког мишљења код ученика кроз самостално истраживање и решавање проблема. Две основне компоненте проблемске наставе су проблем и проблемска ситуација. Терминолошки врло често се појам проблема и задатка меша, а у суштини постоје битне разлике. Проблем је комплексан задатак у коме треба открити све податке неопходне у његовом решавању, са више потенцијалних начина рада. Проблемска ситуација је почетно психичко стање изненађења, упитности, велике заинтересованости и високе умне и емоционалне напетости појединца да се реши проблем (Стојаковић, 2005). Хеуристичка настава је модификација проблемске наставе, која је понекад врло тешка за спровођење у пракси, и одликује се тиме што мисаоним процесом ученика управља наставник постављањем одговарајућих питања (Херцег-Мандић, 2013). Метода аналитике података је по структури организације наставе комбинација проблемске и хеуристичке наставе. Обухвата модификовање и комбинацију модела наставе науке о подацима у основној школи



(Grantham & Waite, 2019) и Слатер-Хиловог модела заснованог на питањима (Херцег-Мандић, 2013).

Основни елементи модела наставе употребом аналитике података су:

1. постављање проблемске ситуације;
2. одабир и прикупљање података;
3. трансформација и чишћење података;
4. анализа података;
5. израда модела;
6. уопштење модела и извлачење знања и
7. тестирање модела и употреба знања.

У првој фази наставник ствара проблемску ситуацију која ће код ученика произвести активирање мисаоних процеса са циљем проналажења стратегија за решење проблема. Кроз питања у овој фази професор подиже знатно жељност и љубопитљивост ученика (Херцег-Мандић, 2013).

Постављање питања која провоцирају мишљење одлична је техника за стварање проблемске ситуације. Када се направи проблемска ситуација, важно је да је ученици у потпуности разумеју и у том смислу улога наставника је да на почетку разјасни све недоумице које ученици имају. У оквиру ове фазе ученици могу да формирају хипотезе о томе шта ће бити решење проблема.

У другој фази ученици трагају за адекватним подацима. Ученици могу лично прикупљати податке, или користити податке са интернета. Уколико је извор података интернет, ученицима скренути пажњу веродостојност и тачност одабраних података. Као једна могућност је употреба *отворених података* – јавно објављени подаци прикупљени у различите сврхе који се могу користити за даља истраживања. Осим прикупљања готових података могуће је и програмски генерисати податке уз помоћ одговарајућих софтверских алата. У том случају, ученици сами израђују апликацију за генерисање података. Улога наставника је надгледање поступка и, уколико је то неопходно, пружање одговарајуће помоћи оним ученицима којима је то потребно.

Трећа фаза подразумева модификовање добијених података. Потребно је да ученици изврше анализу скупа података са циљем одбацивања непотпуних и непотребних података, као и корекцију података неопходних за даљи ток истраживачког процеса (промена назива и својстава атрибута, сређивање индекса и друго).

Анализа података је четврта фаза и подразумева одређивање потребних дескриптивних статистика, визуелизацију података, откривање изузетака (*outlier*) и правилности међу подацима као и одговарајућих корелационих односа. Након ове фазе могуће је уопштено одговорити на почетни проблем и

закључити истраживање, уколико анализом података добијемо одговор на почетни проблем, али и наставити даље истраживачке кораке. Уколико ово није случај, морамо се вратити на трећу фазу како би додатно модификовали податке.

Пета фаза је фаза изградње модела којим реалну ситуацију претварамо у математички модел. У ту сврху користимо регресиону анализу. Ученици се претходно на обуци упознају са појмом регресије и софтверским решењима који се користе за регресију. Крајњи исход ове фазе је моделиран почетни проблем. Ученици у овом кораку виде практичну примену математичких функција у опису реалног проблема. У овом кораку могу се радити различите предикције које додатно подижу интересовање ученика и уједно код ученика увежбавају рад са моделима.

Шеста фаза је уопштавање проблема и извлачење одговарајућих сазнања и формула. У петој фази резултат који се добија везан је за конкретан сет података који се обрађује. Уочавањем релација између коефицијената модела и конкретних података ученици долазе до уопштења и математичких формула. Уколико ученици нису у стању да сами уопште резултат наставник усмерава мисаони процес ученика постављањем питања која усмеравају мисаони процес ученика ка коначном решењу.

Након што се изврши генерализација закључка потребно је извршити проверу добијеног резултата. Одабиром другог сета података проверава се ваљаност формуле. Схематски приказ модела наставе употребом аналитике података дат је Схемом 1.

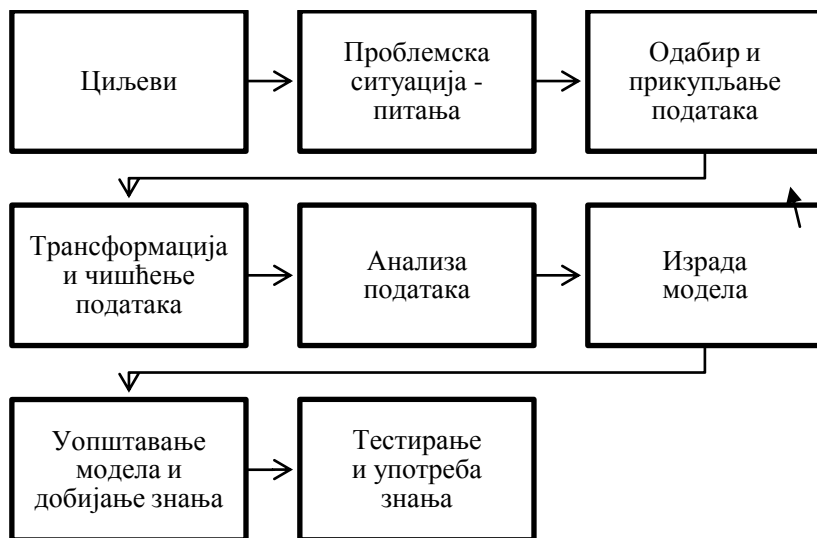


Схема 1. Модел наставе употребом аналитике података

## Припрема часа за реализацију методом аналитике података

На основу претходно изложеног модела наставе применом анализитике података, у овом поглављу биће представљена припрема за реализацију часа методом анализитике података која укључује комплетан процес. Изабрана је наставна јединица из финансијске математике која се реализује у четвртој години средње школе.

Наставна јединица:

*Однос између отплата, ануитета и отплата*

Ова наставна јединица обрађује се у четвртој години средње економске школе у оквиру области „Зајмови”. Претходно су ученици научили теоријске основе рачуна зајма, појам амортизационог плана као и његову ручну израду. У Табели 3. дата је комплетна припрема за час обраде наставне јединице који је реализован у Економској школи у Ужицу. Припрема је написана према Берлинском моделу (Ђурчић и Маринков, 2021) који је више окренут ка ученику у односу на друге.

*Табела 3. Општи део припреме за час анализитиком података*

---

Припрема за час	
Назив школе	Економска школа Ужице
Врста школе	Средња стручна школа
Назив наставне јединице	Однос између отплата, ануитета и отплата
Редни број часа	47
Тип часа	Обрада
Циљ часа	<ul style="list-style-type: none"><li>• Примена софтверских алата за израду амортизационог плана, као и извођење одговарајућих формула односа између елемената амортизационог плана</li></ul>
Задаци часа	<ul style="list-style-type: none"><li>• Материјални циљ: Проширивање знања о изради амортизационог плана и упознавање са релацијским односима између отплата, ануитета и отплата</li></ul>

---

Припрема за час	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Функционални циљ: Уочавање зависности између елемената амортизационог плана, практична примена математичких знања</li> <li>• Васпитни циљ: Мотивисање ученика за рад, развијање љубави према математици</li> </ul>
Медији и материјали	Рачунари са инсталираним одговарајућим софтвером

Ток часа представљен је Табелом 4.

Табела 4. Ток часа применом методе аналитике података

Фаза/ Време	Активност наставника	Активност ученика	Облик рада	Исходи	Напомена
Уводни део часа, 5 минута	Поставља проблемску ситуацију.	Кроз питања анализирају ситуацију и постављају хипотезе.	Групни рад	Ученици су у стању да дефинишу почетне хипотезе и одређују неопходне податке за даљи рад. Ученици повезују и проширују претходна знања.	Мотивисти ученика за даље истраживање.
Главни део часа, 30 минута	Поставља задатак ученицима и кроз одговарајућа питања и одговоре води ученике ка решењу. По потреби помаже ђацима у изради решења.	Активно учествују у решавању задатка (дискутују, упоређују, постављу питања). Уочавају законитости међу подацима и извлаче формуле.	Индив. /групни рад	Израђују софтверско решење задатог проблема. Представљају податке дијаграмом распршености и уочавају релацијске везе.	Ученици треба да надограде постојеће знање о амортизационом плану.

Фаза/ Време	Активност наставника	Активност ученика	Облик рада	Исходи	Напомена
Завршни део часа,  10 минута	Дели унапред припре- мљен електро- нски упитник са задацима за проверу исхода.	Раде контролни тест и шаљу наставнику.	Индиви- дуални рад	Ученици дају повратна информа- цију о усвојености математи- чких знања.	Сагледати ситуацију о усвојено- сти исхода.

У наставку следи опис часа. У уводном делу наставник представља проблемску ситуацију у виду вести преузете са информационог портала која се тиче субвенционисаних кредита од стране државе (Слика 2).

15.09.2009. | N. Korlat - D. Nišavić | Blic

Like 0

Share

Facebook

Twitter

Pinterest



Već od 1. oktobra građani Srbije moći će da kupe stan u novogradnji uz subvencionisane stambene kredite čiju kamatu neće plaćati u prve tri i poslednjih pet godina otplate. Ovaj program Ministarstva ekonomije, na koji će prevashodno imati pravo oni koji nemaju rešeno stambeno pitanje, biće samo uvod u projekat masovne stanogradnje, čija se realizacija najavljuje za mart ili april sledeće godine.

Слика 2. Вест која представља почетну проблемску ситуацију  
 (Извор: Blic.rs)

Наставник поставља питања која ученике уводе у проблем и даље истраживање:

- Шта мислите о овом виду помоћи?

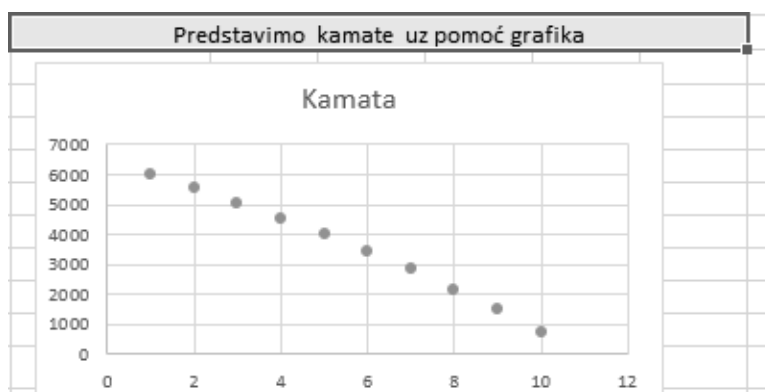
- Да ли је већи износ камате на последњих пет година или на прве три?
- Да ли камате/отплате временом опадају или расту?

На основу питања дефинишу се почетне хипотезе истраживања. Главни део часа почиње задатком за ученике. Потребно је да ученици израде амортизациони план отплате кредита у одговарајућем софтверу. Наставник подсећа ученике на одговарајуће формуле које су претходно научене. Ученици покушавају индивидуално да дођу до решења уз помоћ наставника или других ученика који боље познају рад на рачунару и софтверски пакет. Наставник надгледа активност и пружа неопходну помоћ ученицима. Ученици самостално, или уз помоћ наставника, долазе до готовог софтверског решења (Слика 3).

Probajmo da napravimo amortizacioni plan otplate zajma				
na n godina uz kamatnu stopu p. Prisetimo se da je formula za anuitet $a = \text{kredit} * r^n * (r-1) / (r^n - 1)$				
gde je $r = 1 + \text{kamatna stopa} / 100$				
Unesi broj perioda		10		
Unesi kamatnu stopu		6		
Unesi iznos kredita		100000		
Iznos r je		1.06		
Iznos anuiteta je		13586.8		
Amortizacioni plan				
Redni broj otpla	Ostatak du	Kamata	Otplata	Anuitet
1	100000	6000	7586.8	13586.8
2	92413.2	5544.79	8042	13586.8
3	84371.2	5062.27	8524.52	13586.8
4	75846.68	4550.8	9036	13586.8
5	66810.68	4008.64	9578.15	13586.8
6	57232.53	3433.95	10152.8	13586.8
7	47079.68	2824.78	10762	13586.8
8	36317.67	2179.06	11407.7	13586.8
9	24909.93	1494.6	12092.2	13586.8
10	12817.73	769.064	12817.7	13586.8
0				

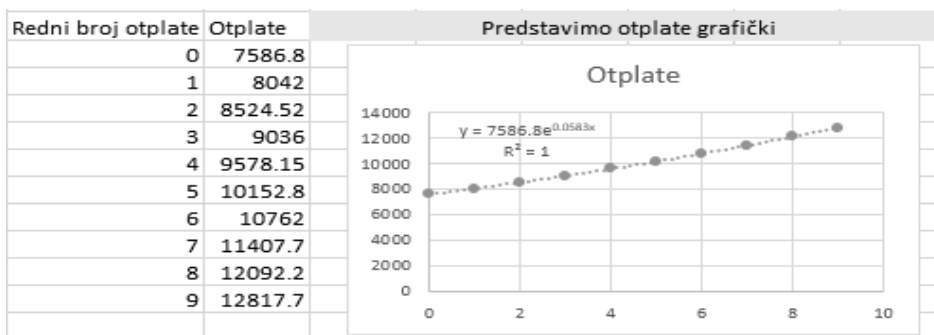
Слика 3. Готово софтверско решење амортизационог плана

Резултат извршавања генерише податке који ће бити употребљени у даљем току часа. Након прибављања података неопходно је извршити трансформацију података у смислу одбацивања непотребних података или постављање нових. Потребно је да се дијаграмом распршености представи колона камата (Слика 4).



Слика 4. Дијаграм распошености камата у ануитетном плану

На основу дијаграма ученици одговарају на прву хипотезу која се односи на релације између камата амортизационог плана и закључују да камате временом опадају. Процедuru понављају и за колону отплата и долазе до закључка да отплата кредита временом расту. Када заврше са графичким представљањем колоне отплата, наставник усмерава даљи ток часа питањем да ли ученици уочавају која би то функција могла на најбољи начин обухватити податке из колоне отплата. На овом месту се проверава колико су ученици савладали обуку за аналитику података и колико познају графике функција. Уколико не добије одговор, скицира на табли графике линеарне и експоненцијалне функције како би то још једном поновио са ученицима. Након тога, ученици сами закључују да је реч о експоненцијалној функцији и коришћењем програма проналазе функцију која моделује податке (Слика 5).



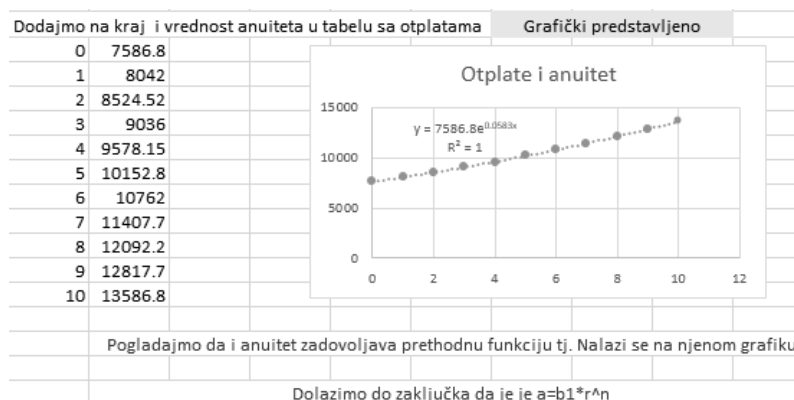
Слика 5. Графички представљене отплате и дефинисана регресирајућа функција

Како су ученици већ раније кроз обуку у *Екселу* прошли кроз кораке трансформације добијене функције, применом тих корака лако долазе до формуле. Након добијања специјализоване формуле за овај пример наставник питањем, да ли уочавате у добијеној формули елементе амортизационог плана, наводи ученике на уопштавање обрасца. Након тога, наставник исписује готову формулу и модификује индексе како би формула добила прави облик и могућност коришћења у даљим израчунавањима (Слика 6).

	Primitimo da je funkcija koju zadovoljavaju otplate oblika $y=7586.8 \cdot e^{0.0583x}$
	Napišimo je lepše tako što ćemo izračunati vrednost $e^{0.0583}$
	Da bi izračunali koristimo funkciju exp
	1.06
	Dakle, dobijamo oblik $y=7586.8 \cdot 1.06^x$
	Primitimo da je 7586.8 prva otplata a 1.06 je vrednost r
	Pomeranjem indeksa i uopštavanjem dobijamo
	Uopšteno: $b_n=b_1 \cdot r^{(n-1)}$

Слика 6. Уопштавање формуле за однос између отплата

Након уопштавања, ученици добијају задатак да формулу тестирају тако што ће променити елементе амортизационог плана и извршити контролу или на основу амортизационих планова који су урађени на претходним часовима. Треба инсистирати да се контрола изврши ручним израчунавањем. Наставник у наставку часа ученицима сугерише да на крај колоне отплата додају износ анuitета и да графички представе податке. Понављајући претходни поступак долазе до формуле, а касније и до уопштења (Слика 7).



Слика 7. Веза анuitета и отплата добијена методом аналитике података



У завршном делу часа ученици раде тест креиран као упитник у коме се проверава ниво постигнутих резултата у огледу усвојености исхода (Слика 8).

The screenshot shows a digital assessment interface with the following sections:

- Section 1:** "Vrednosti kamate vremenom :". It has a dropdown menu set to "Више понуђених одговора". Below are three radio button options: "rastu", "opadaju", and "Додај опцију или додај „Друго“".
- Section 2:** "Vrednosti otplate vremenom : \*". It has two radio button options: "rastu" and "opadaju".
- Section 3:** "Otplate odgovaraju: \*". It has two radio button options: "eksponencijalnoj funkciji" and "linearnoj funkciji".
- Section 4:** ".Ako je prva otplata 5000 tada je peta otplata uz stopu 5%? \*". Below the question is a text input field labeled "Текст кратког одговора".
- Section 5:** "Ako je prva otplata 1000 dinara koliki je anuitet kredita uz stopu 5% na period od 10 godina? \*". Below the question is a text input field labeled "Текст кратког одговора".

Слика 8. Упитник за проверу математичких исхода часа

## Закључак

У овом раду предложен је иновативан приступ настави математике, који се заснива на коришћењу елемената аналитике података. Препознајући проблеме у настави, представљена је метода која може бити допуна за класичну наставу математике. Класична настава је за већину ученика апстрактна, и због тога се код њих јавља одбојност према математици. Истраживања су показала да ученици имају проблем у спровођењу поступка математичког моделовања

реалних животних ситуација. Велики проблем у учењу представља недостатак мотивације ученика, па се међу најзначајније проблеме у настави сврстава питање: како мотивисати, немотивисане и/или недовољно мотивисане, ученике за учење? (Рајчевић, 2015: 52). Настава математике је неретко ослоњена на примену већ откривеног у виду образаца и од ученика се тражи да их усвоје у таквом облику и да их науче користити у пракси. Временом, мотивација ученика опада и доводи до потпуне незаинтересованости. Да би се мотивација одржала на прихватљивом нивоу, ученици морају непрекидно трагати за новим сазнањима (Boaler, 2020), а приступ настави интеграцијом аналитике података у сам процес, који је у овом раду предложен, то и омогућава. Предложени модел наставе примењив је у обради многих наставних јединица математике у средњој школи. Могуће је моделовати кретање цена аутомобила у зависности од године производње и тиме ученицима приказати практичну примену појма линеарне функције у реалном животу. Подацима је могуће организовати час увежбавања процентног рачуна. Осим математике предложени модел могуће је применити и у другим предметима. У настави биологије могуће је спровести истраживање о међусобној корелацији различитих фактора који утичу на здравствено стање особе. У настави географије могуће је спровести истраживање о демографским подацима.

Ученици треба сами да моделују истражују податке и трагају за сазнањима како би настава била интерактивнија и занимљивија. Предност предложеног модела је активирање ученика да сами учествују у процесу откривања законитости, док је недостатак већи утрошак времена код наставника потребног за организацију оваквог вида наставе.

## Литература

- Boaler, J. (2020). *Bringing math class into the data age*, Stanford University. Retrieved March 13, 2023 from the World Wide Web <https://ed.stanford.edu/news/bringing-math-class-data-age>.
- Bowen, G. M. & Bartley, A. (2014). *The Basics of Data Literacy: Helping your students (and you!) make sense of data*. Arlington. National science teachers association.
- Vanthienen, J. & De Witte, K. (eds.) (2017). *Data Analytics Applications in Education* (1<sup>st</sup> ed.). New York: Auerbach Publications. <https://doi.org/10.4324/9781315154145>
- Videnović, M. i Čaprić, G. (2020). *PISA 2018 Izveštaj za Republiku Srbiju*. Beograd: Ministarstvo prosvete nauke i tehnološkog razvoja.
- Vucinic, D. (2019). Issues in learning mathematics in senior grades of elementary school and possible solutions in the context of didactic-methodical procedures. *Зборник радова Филозофског факултета у Приштини*, 49(2), 239–261.
- Гемовић, М. и Девић, Б. (2017). *Методе у настави и како одржати добар час*. Сремска Митовица: Прехрамбено-шумарска и хемијска школа.

- Grantham, S. & Waite, J. (2019). *Data science and data skills in the primary school classroom*. National Center for Computing Education.
- Dalay, S. (2022). *Data Science What is Data Science? A Complete Guide*. Retrieved March 1, 2022 from the World Wide Web <https://builtin.com/data-science>.
- K. L., Walker, L. A., Diao, R., Oneka, M., Drotos, A. C., Woloshin, A., Dotson, G. A., Kriebel, A., Meng, L., Thiede, S. N., Lapp, Z. & Wolford, B. N. (2021). Teaching Python for Data Science: Collaborative development of a modular & interactive curriculum. *The Journal of open source education*, 4(46), 138. <https://doi.org/10.21105/jose.00138>
- Kupari, P. & Nissinen, K. (2013). *Background factors behind mathematics achievement in Finnish education context: Explanatory models based on TIMSS 1999 and TIMSS 2011 data*. Retrieved March 7, 2022 from the World Wide Web <https://www.semanticscholar.org/paper/Background-factors-behind-mathematics-achievement-Kupari-Nissinen/a8c09731eed855f9a943a398704f7c4cddb1f816>.
- Миликић, М., Маричић, С. и Вуловић, Н. (2022). Примена софтвера GeoGebra при формирању појма обима фигуре у млађим разредима основне школе. *Зборник радова Педагошког факултета*, Ужице, 25(24), 127–140.
- Милинковић, Ј. (2014). Математичко моделовање у наставним системима. *Иновације у настави*, XXVII(2), 45–55.
- Morris, R. (1989). *Studies in mathematics education The teaching of statistics*. International Conference on Teaching Statistics, 2<sup>nd</sup>, Victoria, Canada.
- Mujeeb, S. (2021). Data Analytics Introduction. Lecture Notes on Introduction to Data Analytics, M Phil Computer Science, Course: *Research Methodology in Information Technology Spring 2019*. Islamabad: COMSATS University Islamabad.
- Павић, Ј. (2022). *Реалан и квазиреалан контекст у настави математике у основној школи*. Нови Сад: Природно-математички факултет.
- Pavlović Babić, D. i Baucal, A. (2013). *PISA 2012 u Srbiji: prvi rezultati. Podrži me, inspiriši me*. Београд. Институт за психологију, PISA Србија.
- Пауновић, Љ. и Гајтановић, З. (2020). Повећање мотивације ученика у настави математике применом занимљивих задатака у нижим разредима основне школе. *Зборник радова Учитељског факултета*, Лепосавић, 14, 327–336.
- Рајчевић, П. (2015). Мотивација ученика основне школе за рад и васпитно-образовни успех. *Зборник радова Учитељског факултета*, Лепосавић, 9, 51–63.
- Романо, Д. (2009). Теорије математичког образовања. Први дио: РМЕ – теорија. *Истраживање математичког образовања*, 1, 11–23.
- Секулић, Т. (2020). *Ефекти примене математичког моделовања на обраду појма извода у високом струковном образовању*. (Необјављена докторска дисертација). Нови Сад: Природно-математички факултет.
- Srikant, H. & Aggarwal, V. (2017). *Introducing Data Science to School Kids*. In Proceedings of the 2017 ACM SIGCSE Technical Symposium on Computer Science Education (SIGCSE '17). New York. Association for Computing Machinery, 561–566. <https://doi.org/10.1145/3017680.3017717>

- Stojaković, O. (2005). Problemska nastava. *Образовна технологија*, 3–4, 72–89.
- Shiel, G., Perkins, R., Close S. & Oldham E. (2007). PISA Mathematics: A Teacher's Guide, Prepared for the Department of Education and Science by the Educational Research Centre. Dublin. Stationery Office.
- Тодић, М. (2012). *Математичко моделовање у доуниверзитетском образовању*. Нови Сад: Природно-математички факултет.
- Херцег Мандић, В. (2013). *Моделирање проблемског учења у настави географије*. (Необјављена докторска дисертација). Нови Сад: Природно-математички факултет.
- Ђурчић, Д. и Маринков, В. (2021). *Активно оријентисана настава математике*. Бор: Образовно креативни центар.
- Ѕпијуновић, К. (2005). Developing creative pupil thinking as the goal and the task of mathematical education. *Zbornik radova Učiteljskog fakulteta*, Užice, 6, 221–230.
- Warsito, W., Darhim, D. & Tatang, H. (2018). Improving students' mathematical representational ability through RME-based progressive mathematization. *Journal of Physics Conference Series*, 948(1), 012038. DOI 10.1088/1742-6596/948/1/012038

**Branko M. Gavrilović**  
High School of Economics, Užice

## INNOVATIVE APPROACH TO TEACHING MATHEMATICS USING DATA ANALYTICS

### Summary

With the development of information technology, the Internet, and social networks, the amount of collected data is growing year by year at a high rate. Data processing and analysis becomes a necessity without which quality decisions cannot be made. Education, as an important social segment, must follow global changes and provide an adequate response to new social needs. International tests have shown that students from Serbia have problems with processing and analyzing data as well as applying mathematical knowledge in modeling real-life situations. In this paper, an innovative approach to teaching mathematics based on data analytics will be presented. The goal of the paper is to show the possibility of using data analytics techniques in the teaching process. A teaching model using data analytics will be presented, as well as a complete preparation for the realization of a mathematics class. By building a mathematical model using data analytics, students will gain new knowledge in the field of financial mathematics. The possibility of using data analytics in the implementation of other teaching units in mathematics, as well as in the teaching of other subjects, will be presented.

**Keywords:** *data analytics, mathematics teaching, motivation, mathematical modeling.*